



Paul W. Bohm

MINDEORD

over afdøde medlemmer.

I.

Harald Bohr.

22. april 1887—22. januar 1951.

Tale i Videnskabernes Selskabs møde den 13. april 1951.

Af **N. E. Nørlund.**

Harald Bohrs matematiske evner kom tidligt til udfoldelse. Allerede som ung student fik han i selskabets Oversigt optaget et arbejde om multiplikation af to bestemte integraler, og i en alder af kun 22 år erhvervede han den filosofiske doktorgrad på en afhandling, som kom til at danne udgangspunkt for mange af hans senere undersøgelser. Jeg har bevaret en levende erindring om det stærke indtryk denne fremragende disputats gjorde på mig. Det var en fanfare, der indvarslede en ny tid for studiet af matematikken i Danmark.

Harald Bohr blev født den 22. april 1887 i København. Hans fader var den højt ansete fysiolog professor Christian Bohr. Hans moder var datter af den bekendte bankier og politiker D. B. Adler og tilhørte en slægt, som han følte sig meget knyttet til. Fra hjemmet i det gamle fornemme kirurgiske akademi, hvor han voksede op sammen med sin ældre broder Niels Bohr, fik han en dyb respekt for den videnskabelige forskning; til hans faders nærmeste omgangsvener hørte mænd som Vilhelm Thomsen, Harald Høffding samt fysikeren Christian Christiansen, og han bevarede livet igennem det smukkeste minde om disse fremragende forskere.

Efter i 1904 at have taget studentereksamen fra Gammelholms skole begyndte Harald Bohr fuld af forventning sine studier ved Københavns universitet. Her blev H. G. Zeuthen i særlig grad hans lærer, og han modtog et stærkt indtryk af Zeuthens sjældent fine personlighed. Han hørte også forelæsninger hos Julius Petersen, T. N. Thiele, C. Juel, og han kom i nær berøring med den daværende docent, senere professor Niels Nielsen. Ved den poly-

tekniske læreanstalt fulgte han Johannes Hjelmslevs geometriske forelæsninger, og han udtalte ofte sin beundring for disse. I 1909 tog han magisterkonferens med matematik som hovedfag, og det følgende år blev han udnævnt til docent i matematik ved Københavns universitet. Han varetog nu den hidtil af Zeuthen bestridte fælles undervisning for de studerende ved universitetet og den polytekniske læreanstalt. Fem år senere overtog han et professorat ved den polytekniske læreanstalt som efterfølger til P. C. V. Hansen, og herfra vendte han i 1930 tilbage til Københavns universitet.

I sin i 1910 udgivne doktorafhandling undersøger Harald Bohr de Dirichletske rækker, der spiller en vigtig rolle i den analytiske talteori. Han viser, at man ved at benytte et af Cesàro indført summabilitetsbegreb, der danner en udvidelse af det sædvanlige konvergensbegreb, kan udvide teorien for de Dirichletske rækker i væsentlig grad, og således at teorien i sin udvidede form i flere henseender fremtræder som en mere afsluttet helhed. Ligesom konvergensområdet er også områderne for summabilitet af første, anden, . . . n^{te} orden alle halvplaner begrænsede af rette linier vinkelrette på den reelle akse; indenfor disse områder fremstiller rækken gennem sin summabilitetsværdi den analytiske fortsættelse af den ved rækken indenfor sit konvergensområde definerede analytiske funktion. Harald Bohr viser endvidere, at næsten alle sætninger gældende for de Dirichletske rækker i deres konvergensområder kan overføres til også at gælde for rækkerne i deres summabilitetsområder, og at man ikke behøver først for sig at betragte forholdene i konvergensområdet og dernæst for sig forholdene i summabilitetsområderne, men straks kan opbygge teorien for rækkerne i deres summabilitetsområder af vilkårlig orden. Udførligt behandler han også rækernes meget interessante konvergensproblem, og han viser, at man gennem summabilitetens indførelse når til ved hjælp af rækken at kunne forfølge den ved rækken fremstillede funktion til en linie, der, i modsætning til konvergenslinien, spiller en væsentlig indgribende rolle for denne funktions analytiske forhold, det vil sige til en linie, der kan bestemmes ud fra kendskabet til visse karakteristiske egenskaber ved den fremstillede funktion.

I de følgende år beskæftigede han sig meget med det førnævnte konvergensproblem; han inddrog den såkaldte ligelige

konvergenslinie i undersøgelsen og viste blandt andet, at en Dirichletske række er ligelig konvergent så langt til venstre, som den ved rækken fremstillede funktion er regulær og begrænset. Endvidere udvidede han sine undersøgelser til en mere omfattende klasse af Dirichletske rækker, end den først undersøgte, og gav en meget indgående behandling af konvergensproblemet for disse. For kort tid siden vendte Harald Bohr tilbage til disse undersøgelser, og i sin sidste afhandling i vort selskabs Matematisk-fysiske Meddelelser (1949) giver han en udtømmende redegørelse for konvergensproblemet for de først betragtede specielle Dirichletske rækker, idet han på en sindrig måde viser, at en af Landau og Schnee opstillet sætning ikke kan forbedres.

Det simpleste og vigtigste eksempel på en Dirichletske række er zetarækken, der fremstiller den berømte Riemannske zeta-funktion; denne har Harald Bohr viet en ganske særlig opmærksomhed. I en lang række afhandlinger har han med en beundringsværdig skarpsindighed klarlagt nogle af dens vigtigste egenskaber og navnlig undersøgt dens asymptotiske forhold samt fordelingen af funktionens værdier og nulpunkternes beliggenhed i den såkaldte kritiske strimmel, der er begrænset af de imaginære tals akse og en ret linie parallel med denne gående gennem punktet 1. Riemann har udtalt en berømt, stadig ubevist formodning om, at funktionens uendelig mange nulpunkter i denne strimmel alle er beliggende på strimlens lodrette midterlinie gennem punktet $\frac{1}{2}$. Det lykkedes Harald Bohr i samarbejde med Landau at bevise, at de omhandlede uendelig mange nulpunkter, hvad det overvejende flertal af dem angår, i hvert fald ligger i den umiddelbare nærhed af strimlens midterlinie.

Ved det førnævnte indgående studium af de Dirichletske rækker lykkedes det tilsidst Harald Bohr at finde ud af, hvad der er det egentlig karakteristiske for de analytiske funktioner, der kan udvikles i Dirichletske rækker. Han blev derved ført til at undersøge en omfattende klasse af funktioner, som han kaldte de næstenperiodiske. Det drejede sig herved om at karakterisere den klasse af bevægelser i planen, der kan tænkes fremkommet ved superposition af simple med jævn hastighed foregående cirkelbevægelser, hvor der intet var forudsat om forholdene mellem disses vinkelhastigheder, og det lykkedes ham at give en fuldstændig karakterisering af disse bevægelser. I tre

store afhandlinger i Acta mathematica opbyggede han en teori for de næstenperiodiske funktioner, der som specielt tilfælde omfatter de kontinuerte periodiske funktioner. I den første af disse afhandlinger omtales næstenperiodicitetens invarians over for simple regneoperationer som addition og multiplikation, og det vises, at der til enhver næstenperiodisk funktion hører en bestemt Fourierrække, så at teorien for de periodiske funktioners Fourierrækker kan udvides til at omfatte de næstenperiodiske funktioner. I den anden afhandling overgår forfatteren ved hjælp af Kroneckers sætning om diofantiske uligheder til funktioner af uendelig mange variable, og det påvises, at de næstenperiodiske funktioner kan approximeres ligeligt ved trigonometriske summer. Den tredje afhandling indeholder en simpel og overskuelig karakterisering af de funktioner, som kan udvikles i Dirichletske rækker.

De tre nævnte afhandlinger, der udkom i årene 1924–26, indeholder fundamentene til teorien for de næstenperiodiske funktioner. Der fulgte nu en tid fyldt af et rigt og frugtbart videnskabeligt arbejde, hvor det lykkedes Harald Bohr på forskellig måde at videreføre og generalisere den teori han havde skabt; han udgav i de kommende år en lang række afhandlinger om næstenperiodiske funktioner, hvoraf mange er trykt i vort selskabs Matematisk-fysiske Meddelelser. Ved gæsteforelæsninger i udlandet belyste han de herhenhørende problemer. I »Ergebnisse der Mathematik« udgav han 1932 en sammenfattende fremstilling i bogform, og i indeværende år har han i det i Jerusalem startede nye tidsskrift »Journal d'analyse mathématique« atter givet en sidste redegørelse for sine nyeste undersøgelser på dette område.

Harald Bohrs arbejder vakte levende interesse hos matematikerne både i indlandet og i udlandet. Som et talende vidnesbyrd herom kan nævnes, at der er udkommet ca. 500 afhandlinger om næstenperiodiske funktioner. Blandt disse må særlig fremhæves Hermann Weyls påvisning af den nære forbindelse mellem integralligningernes teori og de næstenperiodiske funktioner, J. von Neumanns udvidelse af teorien til vilkårlige grupper, Bogoliouboffs simplifikation af beviset for approximationsætningen, samt L. Schwartzs indførelse af begrebet middelperiodiske funktioner. Harald Bohrs arbejder har således åbnet et vidt felt for

nye og frugtbare undersøgelser. Teorien for de næstenperiodiske funktioner står i nær relation til mange af de grene af matematikken, som i øjeblikket står i forgrunden for matematikernes interesse.

Harald Bohr formåede i sjælden grad at tage alle analysens hjælpemidler i brug, idet han ofte tillige skærpede eller udvidede disse. Til hans egentlige hovedresultater føjede sig derfor bidrag til forskellige andre områder af matematikken.

Harald Bohr stod i nær relation til en række førende matematikere i udlandet, blandt hvilke i første række må nævnes Edmund Landau, G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Marcel Riesz, Richard Courant, Otto Neugebauer, A. S. Besicovitch og Harald Cramér. Mange af hans undersøgelser er udført i samarbejde med en af disse og fremtræder som et fællesarbejde.

Universitetets matematiske institut blev oprettet i 1934 ved hjælp af midler skænket af Carlsbergfondet i anledning af universitetets 450 års jubilæum. I dette nye institut fandt Harald Bohr et rigt virkefelt for sine arbejder; og det var ham en særlig glæde, at det fik nær tilknytning til Niels Bohrs institut for teoretisk fysik. Et stort antal udenlandske matematikere har i årenes løb besøgt det matematiske institut og holdt gæsteforelæsninger til berigelse for den hjemlige forskning. Harald Bohr havde også et intimt samarbejde med de danske matematikere, i særlig grad med Børge Jessen og Werner Fenchel. På institutet samlede han en stor kreds af unge lovende matematikere om sig, og han gjorde Danmark til et af centrene for den matematiske forskning.

Harald Bohr besad en sjælden fremstillingskunst. Selskabets medlemmer har sikkert fået et stærkt indtryk heraf ved hans talrige forelæggelser af videnskabelige afhandlinger. Hans hyppige foredrag i Matematisk forening bærer også vidnesbyrd herom. Hans store pædagogiske evner kom endvidere til udfoldelse ved udarbejdelsen af den lærebog i matematisk analyse, som han i 1915—16 udarbejdede sammen med Johannes Møllerup, og hvoraf nye og udvidede udgaver er udgivet i samarbejde med A. F. Andersen og Rich. Petersen. Dette værk blev skelsættende. Det reformerede den indledende undervisning og hævdede den op i et højere plan.

Harald Bohr omfattede sin undervisning med en levende interesse, og han glædede sig til hver forelæsning han skulle holde.

Han nedlagde et stort arbejde på udarbejdelsen af sine forelæsnings, og han stod i nær kontakt med studenterne, som han hyppigt bistod med råd og dåd. Mange matematikere og ingeniører mindes hans lærergerning med dyb taknemlighed. I 1946 blev han udnævnt til regensprovst. Elsket og beundret af regensianerne henlevede han sine sidste år i den traditionsrige embedsbolig på »5. gang« over porten i flojen ud til St. Kannikestræde.

Efter den første verdenskrig hjalp Harald Bohr med til at genoprette kontakten mellem videnskabsmændene i de krigsførende lande. Gennem sine gode internationale forbindelser formåede han endvidere at hjælpe mange af nazismens ofre og skaffe flygtninge fra Tyskland asyl i andre lande. Selv måtte han i slutningen af den sidste krig gå i landflygtighed til Sverige, hvor han blev modtaget med åbne arme; han øvede her en stor indsats for at afbøde flugtens følger for unge videnskabsmænd og studerende og sikre deres uddannelse. Overhovedet var han altid villig til at yde hjælp; efter den sidste krig var han formand for Polens-hjælpen, han støttede energisk det kulturelle hjælpearbejde i Polen, og han udvirkede, at et stort antal polske studenter kunne udnytte de danske læreanstalters institutioner i sommermånederne 1947.

I Fynshav på Als havde Harald Bohr et lille hus, hvor han gerne tilbragte sommeren og ofte traf sin gode ven Jakob Nielsen, der boede i nærheden. En stor skare af matematikere fra mange lande har i årenes løb besøgt Als i disse sommermåneder, hvor de flokkedes omkring Harald Bohr og nød godt af hans gæstfrihed, hans inspirerende livlighed og hans altid redbonne hjælpsomhed.

Sin første berømmelse vandt Harald Bohr som fodboldspiller. Han var flere gange på landsholdet, og »lille Bohr« nød stor popularitet, som den hurtigste og mest eksplosive spiller akademikerne nogen sinde har haft. Enestående udholdenhed og styrke prægede hans spil, netop de samme egenskaber var karakteristiske for hans videnskabelige produktion.

I en uforglemmelig forelæsning Harald Bohr holdt på sin 60-års fødselsdag for en større kreds efter opfordring af det matematisk-naturvidenskabelige studenterråd udtalte han bl. a. følgende:

»Det er til syvende og sidst vel nok de sammenfattende af

uendelig mange individualprocesser opbyggede, rent formelle identiteter, der — hvad enten disse identiteter frembyder sig mere umiddelbart for vort blik, eller, som visse særlig kostelige, ligger dybere skjult — er analysens egentlige guldgruber, men for at kunne udnytte disse skatte, d. v. s. af dem uddrage virkelig sikker viden, må man have øjet åbent for, at det ikke blot gælder om at arbejde med skarpt værktøj, d. v. s. med præcise definitioner på de anvendte begreber, men i lige så høj grad om, at disse definitioner vælges så omfattende og så tilpasset efter de foreliggende opgaver, at man får udnyttet så meget af skatten som muligt, og at ikke alt for meget går tabt ved udvindingen og behandlingsprocessen.«

Disse ord er både ved deres indhold og deres form karakteristiske for Harald Bohr. Jeg har derfor villet gentage dem ved denne lejlighed.

Harald Bohr blev allerede i 1918 indvalgt i vort selskab. Han tog ofte del i vore forhandlinger, og man lyttede altid med opmærksomhed til hans ord. Han var endvidere medlem af talrige udenlandske selskaber. Han deltog ofte og gerne i videnskabelige kongresser, hvor han var en meget yndet foredragsholder. I Matematisk forening var han formand fra 1935; han ledede foreningen på en ypperlig måde, forstod altid at finde opmuntrende ord til foredragsholderne og bragte gerne en diskussion i gang.

Hans hurtige opfattelse og hans dybe indsigt i mange forhold gjorde ham meget egnet til at beklæde administrative poster. Men trods talrige opfordringer var han i de fleste tilfælde utilbøjelig til at indlade sig herpå. Kort før sin død indvilgede han dog i at overtage hvervet som Københavns universitets prorektor, og med den ildhu, som altid besjælede ham, gik han da også ind til denne gerning.

En stor matematiker er gået bort, en strålende og livfuld personlighed. Han vil blive savnet i matematiske kredse over hele verden. Også her i vort selskab vil vi mindes ham med taknemlighed.